

Elektrotehnika i elektronika

završni ispit – IV smena – septembar 2013

Teorijska pitanja:

P1. Iskazati rečima i napisati Kulonov zakon u vektorskom obliku [2]. Kako se definiše energija kondenzatora [2]?

P2. U rednoj vezi snage otpornika R_1 i R_2 su jednake. Kakav će biti odnos njihovih snaga kada se ovi otpornici povežu paralelno [2]?
Odgovor bez obrazloženja se ne boduje.

P3. Definirati stacionarno strujno polje [2]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [2].

P4. Na otporniku R , kalemu L i kondenzatoru C , pojedinačno, prisutan je isti napon $u(t) =$

$U\sqrt{2}\cos(\omega t)$. Napisati izraze za trenutne vrednosti struje kroz svaku od ovih komponenti [3].

P5. Simetrični trofazni potrošač spregnut je u zvezdu. Kako se menja njegova snaga ako se spregne u trougao [3]? Odgovor bez obrazloženja se ne boduje.

P6. Kako se definišu aktivna, reaktivna i prividna snaga potrošača [2]. Uslov prilagođenja prijemnika po snazi generatoru [2].

Zadaci:

Z1. Dva jednaka nepokretna punktualna naelektrisanja Q_1 nalaze se u tačkama $O(0,0)$ i $B(2x,0)$ u vakuumu. Obavezno nacrtati sliku (rešenje bez slike se ne boduje).

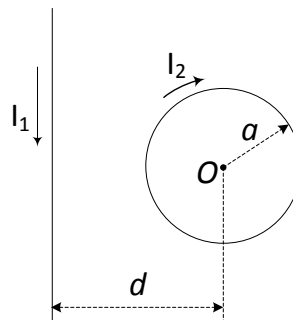
- Odrediti jačinu električnog polja [2] i potencijal [2] u tački $M(x,0)$.
- Iz tačke $C(3x,0)$ pušteno je da iz mirovanja krene malo pokretno naelektrisanje Q_2 mase m . Odrediti njegovu trajektoriju [2] i brzinu [2] u beskonačnosti. Usvojiti da je potencijal beskonačno udaljenih tačaka ravan nuli.

Podaci: $Q_1=Q_2=10\text{[nC]}$, $m=10\text{[grama]}$, $x=10\text{[cm]}$, i $\epsilon_0=10^{-9}/36\pi\text{[F/m]}$.

Z2. Napon praznog hoda neke baterije je 12[V] . Nakon priključivanja potrošača otpornosti $5\text{[}\Omega\text{]}$ napon na kontaktima baterije padne na 10[V] . Nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti

- struju kroz potrošač [2],
- snagu termičke disipacije na potrošaču [2],
- snagu Džulovih gubitaka u bateriji [2],
- ako se paralelno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, kolika je tada struja kroz bateriju [2]?

Z3. Vrlo dugačak, tanak, pravolinijski provodnik sa vremenski konstantnom strujom $I_1=8\pi\text{[A]}$ i tanka, kružna kontura poluprečnika $a=5\text{cm}$ sa stalnom strujom $I_2=0.4\text{[A]}$ nalaze se u istoj ravni, u položaju kao na slici. Sredina je vazduh. Odrediti pravac [1], smer [1] i intenzitet [4] vektora magnetske indukcije u centru O kružne konture, ako je $d=50\text{cm}$.



Z4. a) Rezistansa neke impedanse iznosi $1\text{[}\Omega\text{]}$, a reaktansa $1\text{[}\Omega\text{]}$. Rešiti (odrediti sve stranice) i nacrtati trougao ove impedanse [2]? Koliki je faktor snage ove impedanse [2]?

b) Impedansa iz prethodne tačke priključena je na prostoperiodični napon efektivne vrednosti $\sqrt{2}\text{[V]}$. Kolika je efektivna jačina struje kroz impedansu [2]? Kolike su aktivna [1] i reaktivna snaga [1] ove impedanse u tom slučaju?

P2. $P_1 = I^2 R_1$, $P_2 = I^2 R_2$, $P_1 = P_2$ sledi $R_1 = R_2$. U paralelnoj vezi napon je isti, $P_1 = U^2/R_1$ i $P_2 = U^2/R_2$. Dakle $P_1 = P_2$.

P4. $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t) \Rightarrow \bar{U} = U\sqrt{2}$. $i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U}{R}\sqrt{2}\cos(\omega t)$.

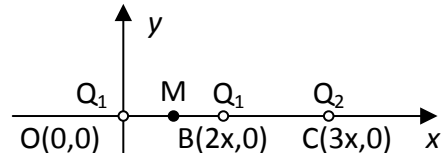
$$\bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{j\omega L} = \frac{1}{\omega L} \bar{U} e^{-j\pi/2} = \frac{U}{\omega L} e^{-j\pi/2} \Rightarrow i_L(t) = \frac{U}{\omega L} \sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/2).$$

$$\bar{I}_C = j\omega C \bar{U} = \omega C \bar{U} e^{j\pi/2} = \omega C U e^{j\pi/2} \Rightarrow i_C(t) = \omega C U \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2).$$

Z1. a) $E_M(x,0)=0$ (zbog simetrije). Superpozicijom za potencijal se dobija:

$$V_M(x,0) = V_M(Q_{1uO}) + V_M(Q_{1uB}) =$$

$$2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 10^{-9} / 36\pi} \frac{1}{0.1} = 1800V.$$



b) $\Delta E_K = A_{nad Q_2}$, $m \cdot v_\infty^2 / 2 - m \cdot v_C^2 / 2 = Q_2 (V_C - V_\infty)$, $v_C = 0$, $V_\infty = 0$.

$$V_C = V_C|_{Q_1 u O} + V_C|_{Q_1 u B}, \text{ gde su } V_C|_{Q_1 u O} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{3x} \text{ i } V_C|_{Q_1 u B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{3x-2x}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{3x} + \frac{1}{x} \right] = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{3x} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-9} / 36\pi} \frac{4}{0.3} = 1200V. \text{ Konačno } m \cdot v_\infty^2 / 2 = Q_2 V_C, \text{ pa je}$$

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2Q_2 V_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 1200}{10 \cdot 10^{-3}}} \approx 49 \text{ mm/s}. \text{ Trajektorija je } x \text{ osa.}$$

Z2. Ems baterije = 12V. $U=10V$ je napon na potrošaču od $R=5\Omega$, pa je struja kroz kolo $I=U/R=10/5=2A$. $U=E-RgI$, pa je $Rg=1\Omega$. $P=RI^2=5 \cdot 2^2=20W=P$. $Pg=RgI^2=1 \cdot 2^2=4W=Pg$. Ukupno opterećenje akumulatora je sada $Ru=R||R=R/2=2.5\Omega$, pa je struja $I=E/(Rg+Ru)=12/(1+2.5)=3.43A=I$.

Z3. Magnetna indukcija u tački O od struje I_1 je $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ sa smerom "dolazeća strela". Indukcija u tački

O od struje I_2 je $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2a}$ sa smerom "odlazeća strela". Rezultantna indukcija je

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I_2}{2a} = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_1}{\pi d} - \frac{I_2}{a} \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2} \left(\frac{8\pi}{\pi \cdot 50 \cdot 10^{-2}} - \frac{0.4}{5 \cdot 10^{-2}} \right) =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2} (16 - 8) = 16\pi \cdot 10^{-7} [T] \approx 5[\mu T], \text{ sa smerom dolazeća strela } \odot.$$

Z4. a) $\bar{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X}{R}} = \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot e^{j \arctg \frac{1}{1}} = \sqrt{2} \cdot e^{j \arctg(1)}$. $\bar{Z} = \sqrt{2} \cdot e^{j(\pi/4)} = Z e^{j\varphi}$. Faktor snage $\cos\varphi = \cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$.

b) $I = U/Z = \sqrt{2}/\sqrt{2} = 1A$ je efektivna jačina struje impedanse. $P = RI^2 = 1W$ je aktivna, a $Q = XI^2 = 1 \cdot 1^2 = 1Var$ reaktivna snaga ove impedanse.

